T5D52 應用力學（含材料力學、工程力學）

（106/4/14 六版）書籍增補：

102 年經濟部（應用力學、材料力學）解析

1.(C)選項為向量，具有大小方向。

(A)(B)(D)選項為純量，只有大小不具方向性。

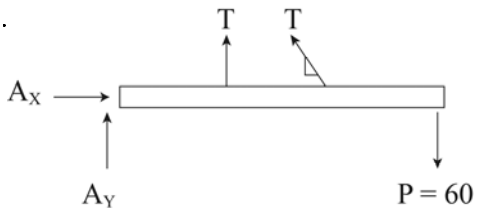
2.利用拉密定理：

$$\frac{F}{\sin 120°}=\frac{5}{\sin 135°} \quad \rightarrow F=6.12N$$

3. $\Sigma M_A = 4\times 10\times \sin\theta = 20$

$\sin\theta = 0.5 \quad \rightarrow \theta = 0.5°$

4.



$\Sigma M_A = 0$；

$$T\times 2+T\times \frac{4}{5}\times (2+3)-60\times (2+3+2)=0 \quad \rightarrow T=70N$$

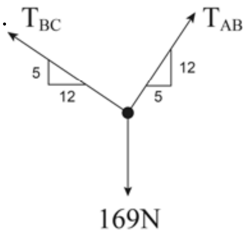
5.$\Sigma F_y = 0$；

$$A_y+T+T\times \frac{4}{5}-60=0 \quad \rightarrow A_y=66N$$

$\Sigma F_x = 0$；

$$A_x-T\times \frac{3}{5}=0 \quad \rightarrow A_x=42N$$

6.



$$\Sigma F_y=0；T_{BC}\times \frac{5}{13}+T_{AB}\times \frac{12}{13}=169$$

$$\Sigma F_x=0；T_{BC}\times \frac{12}{13}-T_{AB}\times \frac{5}{13}=0$$

聯立上二式：$T_{AB}=156N$；$T_{BC}=65N$

7.(D)物體的形心不一定在物體上（如：圓環）。

8.形心位置（$\bar{x},\bar{y},\bar{z}$）座標：

$$\bar{x}=\frac{300\times150+600\times300+400\times300}{300+600+400}=265mm$$

$$\bar{y}=\frac{300\times0+600\times300+400\times600}{300+600+400}=323mm$$

$$\bar{z}=\frac{300\times0+600\times0-400\times200}{300+600+400}=-61.5mm$$

9.先求出$\bar{y}$：

$$\bar{y}=\frac{60\times30+140\times62.5+60\times30}{60+140+60}=47.5mm$$

$$I_x=\frac{140\times65^3}{3}-\frac{130\times60^3}{3}=345.6\times10^4mm^4$$

再利用平行軸定理：

$$I'_x=345.6\times10^4-(60\times5\times2+140\times5)\times47.5^2=52.3\times10^4mm$$

10.參考第 9 題解析。

11.X 方向：$V_A\cos\theta\times2.5=50 \quad \rightarrow V_A\cos\theta=20$

Y 方向：$-1.2=V_A\sin\theta\times2.5-\frac{1}{2}\times9.8\times2.5^2 \quad \rightarrow V_A\sin\theta=11.77$

聯立上二式：$V_A=\sqrt{20^2+11.77^2}=23.2m/s$

12.將 V_A 代入 $\cos\theta=\frac{20}{23.2} \quad \rightarrow\theta=30.5°$

13.利用向心加速度公式

$$a_n=\frac{V^2}{\rho}=\frac{2.5^2}{\rho}<3.5 \quad \rightarrow\rho>178.6m$$

14.利用機械能守恆 $\Delta T=W_{nc}-\Delta V$

$$\left(\frac{1}{2}\times20\times V^2-0\right)=(300\times10-0.3\times20\times9.8\times\cos30°)-10\times9.8\times10\times\sin30°$$

$\rightarrow V=12.3m/s$

15.恢復係數 $e=\frac{\text{碰撞後相對速度}}{\text{碰撞前相對速度}}=\frac{9-1}{8+2}=0.8$

16.由速度瞬心

$V_A=L\times\omega\times\sin\theta$

$6=1.5\times\omega\times\sin30°$

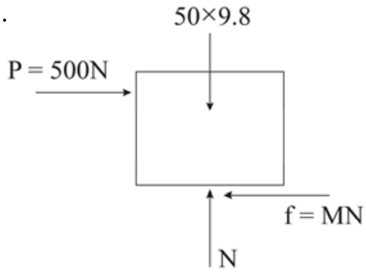
$\rightarrow\omega=8rad/s$

17.由速度瞬心

$V_B = L \times \omega \times \cos\theta$

$V_B = 1.5 \times 8 \times \cos 30° = 10.39\text{m/s}$

18.



$\Sigma F_y = 0$；$N = 50 \times 9.8$

$\Sigma F_x = ma$；$500 - 50 \times 9.8 \times 0.2 = 50 \times a$

$\rightarrow a = 8.04\text{m/s}^2$

19.碰撞前後動量守恆，動能不守恆。

20.旋轉效應會影響陀螺儀之運動。

21.應變 $\varepsilon = \dfrac{\delta}{L}$，為無因次。

22. $\delta_{BD} = L_{AB} \times \theta_A = 400 \times 0.03 \times \dfrac{\pi}{180} = \dfrac{\pi}{15}$

$$\varepsilon_{BD} = \frac{\delta_{BD}}{L_{BD}} = \frac{\frac{\pi}{15}}{300} = 6.98 \times 10^{-4}$$

23.假設 CD 桿拉力為贅力 T_{CD}，則

$$T_{AB} = 30 \times \frac{3}{4} - \frac{T_{CD}}{2} \cdots\cdots(1)$$

$$T_{EF} = 30 \times \frac{1}{4} - \frac{T_{CD}}{2} \cdots\cdots(2)$$

變形關係式 $\delta_{AB} + \delta_{EF} = 2\delta_{CD}$

$$\left(\frac{TL}{AE}\right)_{AB} + \left(\frac{TL}{AE}\right)_{EF} = 2\left(\frac{TL}{AE}\right)_{CD}$$

$$\rightarrow \frac{30?\ \frac{3}{4} - \frac{T_{CD}}{2}}{50} + \frac{30?\ \frac{1}{4} - \frac{T_{CD}}{2}}{50} = 2 \times \frac{T_{CD}}{30} \cdots\cdots(3)$$

聯立上面(1)(2)(3)式，可得

$T_{CD} = 6.92\text{kN}$，$T_{AB} = 19.04\text{kN}$，$T_{EF} = 4.04\text{kN}$

24.參考第 23 題解析。

25.參考第 23 題解析。

26.扭矩 $T = F \times L = 40 \times 0.5 = 20\text{N-m}$

27.極慣性矩 $J = \dfrac{\pi\,(D_o^4 - D_i^4)}{32} = \dfrac{\pi\,(0.1^4 - 0.08^4)}{32} = 5.8 \times 10^6 \text{mm}^4$

管子內壁的剪應力 $\tau_i = \dfrac{Tr_i}{J} = \dfrac{20\times10^6\times0.04}{5.8\times10^6} = 0.138\text{MPa}$

28.管子外壁的剪應力 $\tau_o = \tau_i \times \dfrac{d_o}{d_i} = 0.138 \times \dfrac{100}{80} = 0.173\text{MPa}$

29. A 點斷面所受扭矩 $T = 60 - 25 = 35\text{N-m}$

A 點所受剪應力 $\tau_A = \dfrac{T}{2A_m t_A} = \dfrac{35\times10^3}{2\times(57\times35)\times5} = 1.75\text{MPa}$

30. B 點所受剪應力 $\tau_B = \dfrac{T}{2A_m t_B} = \dfrac{35\times10^3}{2\times(57\times35)\times3} = 2.92\text{MPa}$

31.最大彎矩 $M_{max} = \dfrac{\omega L^2}{8} = \dfrac{10\times6^2}{8} = 45\text{N-m}$

32.斷面之慣性矩 $I = \dfrac{250\times340^3}{12} - \dfrac{230\times300^3}{12} = 3\times10^8\text{mm}^4$

最大正向應力在 D 處 $\sigma_{max} = \dfrac{M_{max}C_d}{I} = \dfrac{45\times10^3\times170}{3\times10^8} = 25.4\text{kPa}$（拉）

（題目之單位應改為 kPa）

33. B 點之正向應力 $\sigma_B = \dfrac{M_{max}C_B}{I} = \dfrac{45\times10^3\times150}{3\times10^8} = 22.4\text{kPa}$（壓）

（題目之單位應改為 kPa）

34.懸臂樑受集中負荷之最大撓度 $\delta_{max} = \dfrac{PL^3}{3EI} = \dfrac{100\times1^3}{3\times10000} = 0.0033\text{m}$

35.懸臂樑受均佈負荷之最大撓度 $\delta_{max} = \dfrac{PL^4}{8EI} = \dfrac{100\times1^4}{3\times10000} = 0.00125\text{m}$

36.懸臂樑受彎矩之最大撓度 $\delta_{max} = \dfrac{PL^2}{2EI} = \dfrac{100\times1^2}{3\times10000} = 0.005\text{m}$

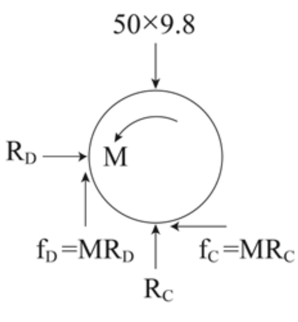
37.兩端固定之有效長度因數 K＝0.5。

38.一端固定，另一端銷支承之有效長度因數 K＝0.7。

39.兩端銷支承之有效長度因數 K＝1。

40.一端固定，另一端自由之有效長度因數 K＝2。

41.考慮圓柱體 E 之自由體圖



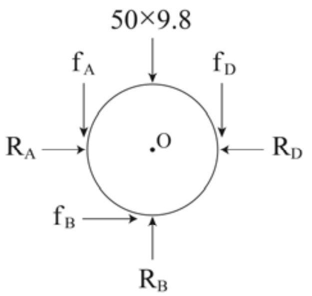
$\Sigma F_y = 0$；$0.6R_D + R_C = 50\times9.8$

$F_x = 0$；$R_D = 0.5R_C$

$\Sigma M_C = 0$；$R_D \times 0.3 + 0.6 \times R_D \times 0.3 = M$

聯立上三式：$R_D = 188.46N$；$R_C = 379.92N$；$M = 90.46N\text{-}m$

42.考慮左圓柱體之自由體圖



$\Sigma M_O = 0$；（$f_a + f_b$）$\times 0.3 = 0.6 \times 188.46 \times 0.3$

$\rightarrow f_a + f_b = 113.07N$ 無正確選項

43. $I_x = \dfrac{100\times150^3}{3} - \left(\dfrac{\pi\times25^4}{4} + \pi\times25^2\times75^2\right) = 101 \times 10^6 mm^4$

44.由 BC 段可得 $V_B = V_C = \dfrac{25}{2} = 12.5N$

由 AB 段可得 $V_D = V_B = 12.5N$

45. $M_A = 12.5 \times 4 = 50N\text{-}m$

46.桿件角速度 $\omega = \dfrac{V_A}{L\cos30°} = \dfrac{3}{4\times\cos30°} = 0.866rad/s$

桿對 G 點之角動量 $H_G = I \times \omega = \dfrac{5\times4^2}{12}\times0.866 = 5.773kg\text{-}m^2/s$

47.桿對瞬時中心之角動量 $H_O = I_O \times \omega = \dfrac{5\times4^2}{3}\times0.866 = 23.09kg\text{-}m^2/s$

48.力矩所做的功 $W_M = M \times \theta = 50 \times \dfrac{\pi}{2} = 78.5J$

49.彈簧初變形量 $\delta = 0.75 - 0.6 = 0.15$

彈簧末變形量 $\delta'^2 = 2.75 - 0.6 = 2.15$

彈簧力所做的功 $W_S = \dfrac{1}{2}K（\delta^2 - \delta'^2）= \dfrac{1}{2} \times 30 \times（0.15^2 - 2.15^2）= -69J$

50. P 力所做的功 $W_P = P \times s = 80 \times \dfrac{\pi}{2} \times 3 = 377J$

重力位能 $W_g = mgh = 10 \times 9.8 \times 1.5 = 147J$

∴　總功 $W = W_M + W_S + W_P + W_g = 533.5J$

51. M_y 所造成之正向應力 $\sigma_y = \dfrac{M_yC_y}{I_y} = \dfrac{(24\times10^6\times\frac{4}{5})\times100}{\frac{400\times200^3}{12}} = 7.2MPa$

M_z 所造成之正向應力 $\sigma_z = \dfrac{M_z C_z}{I_z} = \dfrac{(24\times10^6\times\frac{3}{5})\times200}{\frac{200\times400^3}{12}} = 2.7\text{MPa}$

$\therefore$ B 點之正向應力 $\sigma_B = 7.2 - 2.7 = 4.5\text{MPa}$

52. C 點之正向應力 $\sigma_C = -7.2 - 2.7 = -9.9\text{MPa}$

53. D 點之正向應力 $\sigma_D = -7.2 + 2.7 = -4.5\text{MPa}$

54. E 點之正向應力 $\sigma_E = 7.2 + 2.7 = 9.9\text{MPa}$

55.斷面慣性矩 $I_x = \dfrac{0.03\times0.05^3}{12} - \dfrac{0.02\times0.04^3}{12} = 2.06\times10^{-7}\text{mm}^4$

剪力流 $f = \dfrac{V_A Q}{I} = \dfrac{V_A\times(0.03\times0.005\times0.0225)}{2.06\times10^{-7}} = \dfrac{80}{0.09} \quad \rightarrow V_A = 54.2\text{N}$

56. $V_B = 3\times V_A = 162.6$

57.最大剪應力 $\tau_{max} = \sqrt{\left(\dfrac{\sigma_x+\sigma_y}{2}\right)^2 + {\tau_{xy}}^2} = \sqrt{\left(\dfrac{20+100}{2}\right)^2 + 60^2} = 84.9\text{MPa}$

$\sigma_1 = \dfrac{\sigma_x+\sigma_y}{2} + \tau_{max} = \dfrac{-20+100}{2} + 84.9 = 124.9\text{MPa}$

58.參考 57 題解析。

59.體積彈性係數 $K = \dfrac{E}{3(1-2\nu)} = \dfrac{6}{3(1-2\times0.45)} = 20\text{MPa}$

體積應變 $\varepsilon_V = \dfrac{\sigma}{K} = \dfrac{0.2}{20} = 0.01$

60.各邊應變 $\varepsilon = \dfrac{\varepsilon_V}{3} = \dfrac{0.01}{3} = \dfrac{1}{300}$

長度最大變化量 $\delta_{max} = L_a\times\varepsilon = 40\times\dfrac{1}{300} = 0.133\text{mm}$

103 年台電雇員（專業科目 A 工程力學概要）解析

1.此為牛頓第一運動定律之定義。

2.矩形對中立軸之慣性矩 $I_c = \dfrac{寬\times高^3}{12} = \dfrac{hb^3}{12}$

3.矩形對底邊之慣性矩 $I_X = \dfrac{寬\times高^3}{3} = \dfrac{hb^3}{3}$

4. $R_{AC} = 5\times\dfrac{40}{10+40} = 4t$（拉）

5. $R_{CB} = 5\times\dfrac{10}{10+40} = 1t$（壓）

6.桿內應力 $\sigma = E\alpha\Delta T = (2\times10^6)\times(1\times10^{-5})\times10 = 200kg/cm^2$

7.平行軸定理 $I_X = I_c + AL^2 = 1000 + 50\times2^2 = 1200cm^4$

8.容許剪應力 $\tau = \dfrac{P}{A}\quad\rightarrow100 = \dfrac{628}{\dfrac{\pi}{4}d^2\times2}\quad\rightarrow d = 2cm$

9.抗剪強度 $\tau = \dfrac{P}{A}\quad\rightarrow2000 = \dfrac{P}{2\times0.3\times4}\quad\rightarrow P = 4800kg = 4.8t$

10.先求出 A 與 B 點反力：

$\Sigma M_A = 0$；$R_B\times4 = 5\times1 + 9\times3\quad\rightarrow R_B = 8kN$

$\Sigma F_y = 0$；$R_A + 8 = 5 + 9\quad\rightarrow R_A = 6kN$

$\Rightarrow V_C = R_B = 8kN$

故 C 斷面之最大剪應力 $\tau = \dfrac{3}{2}\dfrac{V}{A} = \dfrac{3}{2}\dfrac{8\times10^3}{100\times100} = \dfrac{3}{2}\times0.8 = 1.2MPa$

11. C 斷面之平均剪應力 $\tau = \dfrac{V}{A} = \dfrac{8\times10^3}{100\times100} = 0.8MPa$

12.最大彎曲發生在 9kN 作用處 $M_{max} = 8\times1 = 8kN\text{-}m$

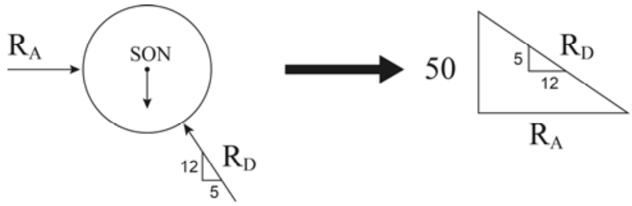
最大彎曲應力 $\sigma_{max} = \dfrac{My}{I} = \dfrac{M\times\dfrac{h}{2}}{\dfrac{bh^3}{12}} = \dfrac{6M}{bh^2} = \dfrac{6\times8\times10^6}{100\times100^2} = 48MPa$

13.力的三要素為大小、方向、作用點。

14. $\Sigma F_x = 0$；$F_1 = P\times\dfrac{3}{5} + Q\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$\Sigma F_y = 0$；$F_2 = P\times\dfrac{4}{5} - Q\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

15.取小球之自由體圖



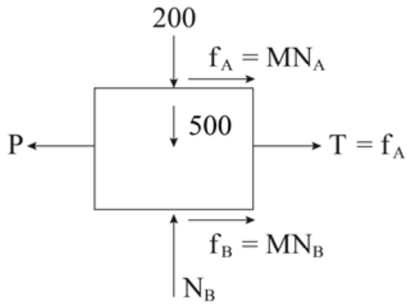
$\Rightarrow R_A = 50 \times \frac{120}{50} = 120N$

16. $\Sigma M_A = 0$；$B_v \times 10 =$（$600 \times \sin 30^\circ$）$\times 2 + \frac{1}{2} \times 300 \times 6 \times 8$

$\rightarrow B_v = 780kg$

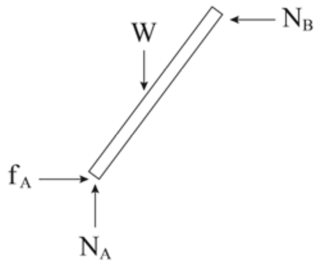
17. $\Sigma F_x = 0$；$A_H = 600 \times \cos 30^\circ = 300\sqrt{3}$ kg

18.取 B 物體之自由體圖



$\Sigma F_x = 0$；$P = T + f_A + f_B = 60 + 60 + 210 = 330N$

19.取鐵梯之自由體圖



$\Sigma M_A = 0$；$W \times 1.5 = N_B \times 4 \quad \rightarrow N_B = 0.375W$

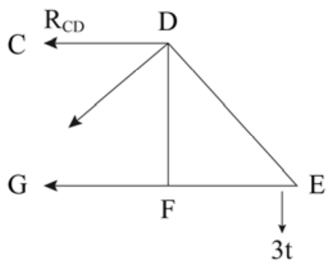
$\Sigma F_x = 0$；$f_A = N_B = 0.375W$

$\Sigma F_y = 0$；$N_A = W$

$f = \mu N \quad \rightarrow 0.375W = \mu \times W \quad \rightarrow \mu = 0.375$

20.桿件 BH、CG、DF 為零力桿件。

21.採取截面法



$\Sigma M_g = 0$；

$R_{CD} \times 3 = 3 \times 8 \quad \rightarrow R_{CD} = 8t$（拉）

22.變形量 $\delta_{CD} = \dfrac{PL}{AE} = \dfrac{8\times10^3\times400}{8\times2\times10^6} = 0.2cm$（伸長）

23.此為鬆弛定義。

24.最大剪應力 $\tau_{max} = \sqrt{\left(\dfrac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \sqrt{\left(\dfrac{240-0}{2}\right)^2 + 50^2} = 130kg/cm^2$

25.最大主應力 $\sigma_1 = \sqrt{\left(\dfrac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2} + \tau_{max} = 120 + 130 = 250kg/cm^2$

26.最大剪力發生在固定端 $V_A = 2P$

$\Rightarrow$最大剪應力 $\tau_{max} = \dfrac{4V}{3A} = \dfrac{4\times2P}{3\times\dfrac{\pi D^2}{4}} = \dfrac{32P}{3\pi D^2}$

27.最大彎曲 $M_{max} = \dfrac{wL^2}{8}$

$\Rightarrow$最大彎曲張應力在底部 $\sigma_{max} = \dfrac{My}{I} = \dfrac{\dfrac{wL^2}{8}\times b}{I} = \dfrac{wL^2b}{8I}$

28.水平行心軸之彎曲應力為零。

29.簡支梁受均佈負荷之最大撓度 $\delta_{max} = \dfrac{5wL^4}{384EI}$

30.最大剪應力發生在 C 斷面之水平形心軸處，且 $V_C = \dfrac{wL}{2}$

$\Rightarrow V_{max} = \dfrac{VQ}{bI} = \dfrac{\dfrac{wL}{2}\times(t\times b\times\dfrac{b}{2})}{t\times I} = \dfrac{wLb^2}{4I}$

31.此梁在 C 處之彎矩值為零，故選擇(B)。

32.自由端之扭轉角 $\phi = \dfrac{TL}{GJ} = \dfrac{TL}{G\times\dfrac{\pi D^4}{32}} = \dfrac{32TL}{\pi D^4 G}$

33.最大剪應力 $\tau_{max} = \dfrac{Tr}{J} = \dfrac{T\times\dfrac{D}{2}}{\dfrac{\pi D^4}{32}} = \dfrac{16T}{\pi D^3}$

34.彎矩造成之應力 $\sigma_M = \dfrac{My}{I} = \dfrac{(360\times10^3\times120)\times60}{17.28\times10^6} = 150kg/cm^2$

集中負荷造成之應力 $\sigma_N = \frac{P}{A} = \frac{360\times10^3}{14.4\times10^3} = 25\text{kg/cm}^2$

∴　最大壓應力＝150＋25＝175kg/cm^2

35.最大拉應力＝150－25＝125kg/cm^2

36. $\Sigma M_A = 0$；$R_B\times5$＝（10×1）×5

→R_B＝10t

∴　$R_D = 10\times\frac{4}{4+6} = 4\text{t}$

37. G＝10^9

38.彈性係數 E_A：E_B＝2：1

轉換斷面後，寬度比 b_A：b_B＝2：1

39. 1 牛頓之力可使質量 1 公斤之物體產生 1m/sec^2 加速度。

40.剪力與半徑成正比；即 $\frac{\tau_A}{\tau_B} = \frac{r}{R} = \frac{d}{D}$

41.彈性模數越大，材料越不易彎曲。

42.(D)最大靜摩擦力與接觸面之正壓力成正比。

43.體積應變公式 $\varepsilon_V = \frac{(1-2\nu)}{E}(\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z)$

44.最大主應力與最小主應力之夾角為 90°。

45. $\Sigma M_O = \left(5\times\frac{4}{5}\right)\times2-\left(5\times\frac{3}{5}\right)\times1 = 5\text{kg-m}$

46. $\Sigma M_A = 0$；$R_B\times10 = \left(5\times\frac{4}{5}\right)\times7-\left(5\times\frac{3}{5}\right)\times1$

→R_B＝2.5kg

47. R_{BC}＝100－200＝－100（壓力）

48.長度為純量，沒有方向性。

49.加速度為向量，具有方向性。

50.形心 $\overline{Y} = \frac{8\times2+8\times5}{8+8} = 3.5\text{cm}$

103年經濟部（應用力學、材料力學）解析

1.先求出圓盤 A 的角速度

$\omega_A{}^2 = 0 + 2\alpha\theta$

$= 0 + 2 \times 2 \times 10 \times 2\pi$

$\therefore \quad \omega_A = 15.85\text{rad/s}$

且角速度與半徑成反比，即

$\omega_B = \dfrac{r_A}{r_B}\omega_A = \dfrac{200}{150} \times 15.85 = 21.1\text{rad/s}$

2.$C_1 = 20 \times 2.5 = 50\text{N-m}$

$C_2 = 10 \times 2 = 20\text{N-m}$

$C_3 = 15 \times 1 = 15\text{N-m}$

合力偶 $C = \sqrt{C_1^2 + C_2^2 + C_3^2} = \sqrt{50^2 + 20^2 + 15^2} = 55.9\text{N-m}$

3.第三定律即為作用力與反作用力定律。

4.$a = \overline{X} = \dfrac{32 \times 4 - 3 \times 7}{(8 \times 4) - (0.5 \times 3 \times 2)} = 3.69\text{cm}$

$b = \overline{Y} = \dfrac{32 \times 4 - 3 \times \frac{10}{3}}{(8 \times 4) - (0.5 \times 3 \times 2)} = 1.86\text{cm}$

$\therefore \quad a + b = 5.55\text{cm}$

5.$\Sigma M_A = 0$；

$150 \times (8 + 2) - \left(\dfrac{4}{5}T \times 3 + \dfrac{3}{5}T \times 2\right) = 0$

$\Rightarrow T = 416.67\text{kN}$

$\therefore$ 繩之容許拉力 $T_{allow} = \dfrac{416.67}{3} = 139\text{kN}$

6.(B)合力為零，虛位移不為零。

7.合力 $R = \sqrt{400^2 + 200^2 + 2 \times 400 \times 200 \times \cos 120^\circ} = 346.4\text{KN}$

$\overline{y} = \dfrac{12 \times 3 + 12 \times 7}{12 + 12} = 5$

8.$I = \dfrac{1}{3} \times 6 \times 3^3 - \dfrac{1}{3} \times 4 \times 1^3 + \dfrac{1}{3} \times 2 \times 5^3 = 136\text{cm}^4$

9.爆炸前後線動量守恆

X 方向：$20 \times 100 = 5 \times v_1 \times \cos 45^\circ + 15 \times v_2 \times \cos 30^\circ$

Y 方向：$0=5\times v_1\times\sin45°-15\times v_2\times\sin30°$

聯立上二式→$v_1=207\text{m/s}$、$v_2=97.6\text{m/s}$

10. $\Sigma M_A=I_A\alpha$

$mg\times\left(-\frac{L}{2}\theta\right)=\left(\frac{1}{3}mL^2\right)\ddot{\theta}$

$\rightarrow\ddot{\theta}+\frac{3g}{2L}\theta=0$

$\therefore\quad \omega_n=\sqrt{\frac{3g}{2L}}=4.29\text{rad/s}$

週期 $T=\frac{2\pi}{\omega_n}=1.47\text{s}$

11.剪力彈性係數 $G=\frac{\tau}{\gamma}=\frac{0.5}{0.001}=500\ \text{MPa}$

E 與 G 之關係 $G=\frac{E}{2(1+\mu)}$

$\rightarrow E=500\times2(1+0.4)=1400\text{MPa}=1.4\text{GPa}$

12.材料無明顯降伏點時，可採用 0.2%偏距法。

13.潛變破壞指材料受長時間定值應力時，而產生持續性變形而破壞。

14.考慮拉力破壞時：

$100\geq\frac{P_1}{(45-16)\times12}\rightarrow P_1\leq34800\text{N}$

考慮剪力破壞時：

$70\geq\frac{P_2}{\frac{\pi}{4}\times16^2\times2}\quad\rightarrow P_2\leq28148.7\text{N}$

考慮壓力破壞時：

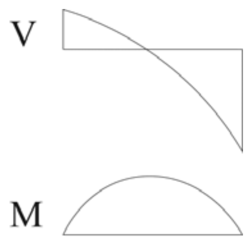
$100\geq\frac{P_3}{16\times12}\quad\rightarrow P_3\leq19200\text{N}$

∴考慮安全時，最大容許值 $P_{max}=19200\text{N}=19\text{kN}$

15.延性材料抗剪能力較差，而材料受扭力時，最大剪應力發生於軸向垂直之平面上。

16.薄壁容器之切線方向應力 $\sigma_t=\frac{pr}{t}=\frac{2\times300}{6}=100\text{MPa}$

17.剪力圖與彎矩圖如下：



18.彎曲應力 $\sigma=E\dfrac{y}{\rho}=(200\times103)\times\dfrac{1}{501}=399MPa$

19.慣性矩 $I=\dfrac{1}{3}\times10\times4^3-\times8\times2^3+\dfrac{1}{3}\times2\times8^3=533.33cm^4=533.33\times10^4mm^4$

最大剪應力 $\tau_{max}=\dfrac{VQ}{Ib}=\dfrac{(50\times10^3)\times(80\times20\times40)}{533.33\times10^4\times20}=30MPa$

20.(D)材料為線彈性。

21.(C) IJ 不為零力桿。

22.物體即將下滑時：

$\Sigma F_x=0$；

$P+0.6\times(5\times9.8\times\cos45°)=5\times9.8\times\sin45° \quad \rightarrow P_{min}=13.86(N)$

物體即將上滑時：

$\Sigma F_x=0$；

$P=0.6\times(5\times9.8\times\cos45°)+5\times9.8\times\sin45° \quad \rightarrow P_{max}=55.44(N)$

∴ $13.86\leq P\leq54.44(N)$可使物體維持靜止在斜面上。

23.由虛功原理：

$M\times\delta\theta-220\times(3\times\sin60°)\times\delta\theta=0$

∴ $M=572N\text{-}m$

24.落地時間：

$-300=180\sin30°\times t-\dfrac{1}{2}\times9.8\times t^2 \quad \rightarrow t=21.25sec$

水平射程：

$R=180\cos30°\times21.25=3312m=3.3km$

25.依繩索系統 $V_B=\dfrac{1}{4}V_A=\dfrac{1}{4}\times3=0.75m/s$

26.先求彈簧初始變形量：$\delta_0=\dfrac{F}{K}=\dfrac{10\times9.8}{20\times10^3}=0.0049m$

由線動量守恆求撞擊後速度：$30\times\sqrt{2\times9.8\times2}=(30+10)v' \quad \rightarrow v'=4.7m/s$

彈簧秤盤有最大位移時，末速度為零，故由機械能守恆：

$\dfrac{1}{2}\times(30+10)\times4.7^2+\dfrac{1}{2}\times(20\times10^3)\times0.0049^2+(30+10)\times9.8\times\delta_{max}$

$=\dfrac{1}{2}\times20\times10^3\times(0.0049+\delta_{max})^2$

$\rightarrow\delta_{max}=0.225m=22.5cm$

27.先求系統加速度，由 $\Sigma F=ma$：

$300\times9.8-\dfrac{1}{4}\times200\times9.8=(200+300)\times a \quad \rightarrow a=4.9m/s^2$

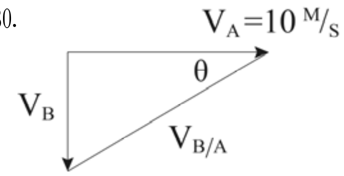
由運動公式 $V_A{}^2=0+2\times4.9\times2 \quad \rightarrow V_A=4.4m/s$

28.由 $\Sigma F = ma_n$；

$$mg \times \tan 12° = m \times \frac{v^2}{180} \quad \rightarrow v = 19.4\text{m/s} = 70\text{km/hr}$$

29.同面積條件下，正三角形＞正方形＞圓形＞寬：高＝2：1 之矩形。

30.



$V_A = 36\text{km/hr} = 10\text{m/s}$

$V_B = 1.2 \times 5 = 6\text{m/s}$

$$\theta = 180° + \tan^{-1}\left(\frac{6}{10}\right) = 211°$$

31. $$\sigma_x = \frac{30\times10^3}{\frac{\pi}{4}\times10^2} = 382\text{kg/cm}^2$$

$\sigma_y = \sigma_z = -150\text{kg/cm}^2$

$$\varepsilon_v = \frac{1-2\mu}{E}(\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z) = \frac{1-2\times0.3}{E}(382-150-150) = 1.56\times10^{-5}$$

$$\therefore \Delta V = V \times \varepsilon_v = \frac{\pi}{4}\times10^2\times40 \times 1.56\times10^{-5} = 0.05\text{cm}^3$$

32.由 E 與 G 之關係：$G = \frac{E}{2(1+\mu)} \quad \rightarrow 70 = \frac{200}{2(1+\mu)} \quad \rightarrow \mu = 0.43$

由廣義虎克定律：

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x - \mu\sigma_y}{E} = \frac{80-0.43\times(-60)}{200\times10^3} = 5.29\times10^{-4}$$

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y - \mu\sigma_x}{E} = \frac{-60-0.43\times80}{200\times10^3} = -4.72\times10^{-4}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} = \frac{-20}{70\times10^3} = -2.857\times10^{-4}$$

應變能密度 $u = \frac{1}{2}(\sigma_x\varepsilon_x + \sigma_y\varepsilon_y + \tau_{xy}\gamma_{xy}) = 0.038177\text{MPa} = 3.81\times10^4\text{N/m}^2$

33.薄壁管之極慣性矩 $J_m = 2\pi r_m^3 t = 2\pi\times(80-1.25)^3\times2.5 = 7.67\times10^6\text{mm}^4$

薄壁管之扭轉角 $\phi = \frac{TL}{GJ_m} = \frac{(20\times10^3)\times600}{(80\times10^3)\times(7.67\times10^6)} = 2\times10^{-5}\text{rad}$

34.功率 $P = T\times\omega = \frac{T\times2\pi N}{60}$

$$200\times10^3 = \frac{T\times2\pi\times10000}{60} \quad \rightarrow T = 191\text{N-m}$$

最大剪應力 $\tau=\dfrac{Tr}{J}=\dfrac{191\times10^3\times25}{\frac{\pi}{32}(50^4-45^4)}=22.6\text{MPa}$

35.由應變與位移關係：

$$\varepsilon_x=\frac{\partial}{\partial x}(x^3)=3x^2$$

$$\varepsilon_y=\frac{\partial}{\partial y}(2xy)=2x$$

$$\varepsilon_z=\frac{\partial}{\partial z}(5y^2)=0$$

$$\varepsilon_{xy}=\frac{1}{2}\left[\frac{\partial}{\partial y}(x^3)+\frac{\partial}{\partial x}(2xy)\right]=y$$

$$\varepsilon_{yz}=\frac{1}{2}\left[\frac{\partial}{\partial z}(2xy)+\frac{\partial}{\partial y}(5y^2)\right]=5y$$

$$\varepsilon_{zx}=\frac{1}{2}\left[\frac{\partial}{\partial x}(5y^2)+\frac{\partial}{\partial z}(x^3)\right]=0$$

將位置（4,1,7）代入所求

$\therefore\quad \varepsilon_x+\varepsilon_y+\varepsilon_z+\varepsilon_{xy}+\varepsilon_{yz}+\varepsilon_{zx}=3x^2+2x+6y=62\times10^{-2}=0.62$

36. $M(\theta)=PR\sin\theta$

應變能 $U=\displaystyle\int\frac{M^2(\theta)}{2EI}dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{(PR\sin\theta)^2}{2EI}(Rd\theta)=\frac{\pi P^2R^3}{8EI}$

37.兩端銷支承之有效長度因數 $K=1$

$\therefore\quad$ 極限荷重 $P_u=\dfrac{\pi^2EI}{L^2}=\dfrac{\pi^2\times200\times\left(\dfrac{\pi\times50^4}{64}\right)}{4000^2}=38\text{KN}$

38.應變能 $U=\displaystyle\int_0^{1000}\frac{M^2}{2E_2I}dx+\int_{1000}^{2200}\frac{M^2}{2E_1I}dx=\int_0^{1000}\frac{(Px)^2}{2E_2I}dx+\int_{1000}^{2200}\frac{(Px)^2}{2E_1I}dx$

由卡氏第二定理：

$$\delta_B=\frac{\partial U}{\partial P}$$

$$=\frac{1}{E_2I}\int_0^{1000}Px^2dx+\frac{1}{E_1I}\int_{1000}^{2200}Px^2dx$$

$$=\frac{3\times10^3}{100\times10^3\times1152\times10^4}\times\left(\frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_0^{1000}+\frac{3\times10^3}{200\times10^3\times1152\times10^4}\times\left(\frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_{1000}^{2200}$$

$$=5.06\text{mm}$$

39.假設 R_B 為贅力

由 B 點撓度相等 $\delta_B=0$；

$\rightarrow \frac{R_B L^3}{3EI} = \frac{ql^4}{8EI} + \frac{ql^3}{6EI} \times 1$

$\rightarrow R_B = 0.4375KN$

再由靜力平衡 $\Sigma M_A = 0$；

$M_A = -0.4375 \times 4 + (2 \times 2) \times 1 = 2.25KN\text{-}m$

40.極限彎矩 $M_u = Z \times \sigma_Y$

$\rightarrow M_u = (\frac{120^2}{2} \times 60) \times 150$

$= 64800000N\text{-}mm$

極限荷重 $P_u = \frac{M_u}{L} = \frac{64800000}{3000} = 21600N = 21.6KN$

105年經濟部（應用力學、材料力學）解析

1.(A)力的三要素：大小、方向、作用點。

(B)力的基本單位：長度、質量、時間。

(C)作用力與反作用力作用於不同物體。

2.剛體為：物體內任兩點之相對距離保持不變。

3. $\Sigma F_x = 40\sin60° + 20\sin30° - 30\cos45° = 23.43\text{N}$

$\Sigma F_y = 40\cos60° - 20\cos30° + 30\sin45° = 23.89\text{N}$

4.取兩個圓柱作為系統之 $\Sigma F_x = 0$，可知 A 點與 C 點之反力大小相同。

5. $\Sigma M_B = 0$；

$R_A \times 200 - 30 \times 80 - 40 \times 150 = 0 \quad \rightarrow R_A = 42\text{kgf}$

$\Sigma F_y = 0$；

$R_A + R_B - 40 - 30 = 0 \quad \rightarrow R_B = 28\text{kgf}$

$\therefore \quad R_A : R_B = 3 : 2$

6.(A)力偶三要素：大小、方向、作用面。

(C)分力不一定小於原單力。

(D)形成力偶條件：大小相等、方向相反、作用在不同直線的二力。

7.先由 BD 桿件：

$R_B = 240 \times \dfrac{3}{9+3} = 60\text{N}$、$R_D = 240 \times \dfrac{9}{9+3} = 180\text{N}$

再由 AC 桿件：

$R_A = 60 \times \dfrac{3}{9+3} = 15\text{N}$、$R_C = 60 \times \dfrac{9}{9+3} = 45\text{N}$

8.取 $\Sigma M_A = 0$；

$M_A - (15 \times \dfrac{4}{5}) \times 3 - 7 \times 7 = 0 \quad \rightarrow M_A = 85\text{t-m}$

9.取 $\Sigma M_A = 0$；

$R_B \times 8 + 80 \times 2 - (48 \times 4) \times 2 - 36 \times 10 = 0 \quad \rightarrow R_B = 73\text{t}$

10.合力 $R = 90 + 50 + 80 = 220\text{kgf}$

利用力矩原理

$\Sigma M_y = R \times \overline{X}$；

$90 \times 6 = 220 \times \overline{X} \quad \rightarrow \overline{X} = 2.45\text{m}$

$\Sigma M_x = R \times \overline{Y}$；

$90 \times 6 + 50 \times 12 = 220 \times \overline{Y} \quad \rightarrow \overline{Y} = 5.18\text{m}$

11. $F_x = 99 \times \dfrac{4}{\sqrt{4^2+7^2+4^2}} + 66 \times \dfrac{6}{\sqrt{6^2+7^2+6^2}} = 80$

$F_y = 99 \times \frac{7}{\sqrt{4^2+7^2+4^2}} + 66 \times \frac{7}{\sqrt{6^2+7^2+6^2}} = 119$

$F_z = 99 \times \frac{4}{\sqrt{4^2+7^2+4^2}} + 66 \times \frac{6}{\sqrt{6^2+7^2+6^2}} = 80$

12.(A)桁架為二力構件，內力為平面力係。

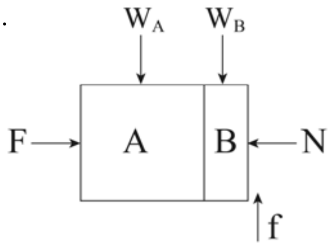
13.(D)此力系統左右不對稱，所以 $R_{DE} \neq R_{EF}$。

14.力的大小不會影響零桿之數目。

15.摩擦力 $f = \mu N$，與接觸面積大小無關。

16.摩擦力方向必與接觸面平行。

17.



由 $\Sigma F_x = 0$；$N = F$

$\Sigma F_y = 0$；$f = W_A + W_B$

$f = \mu_s N \quad \rightarrow \mu_s = \frac{W_A + W_B}{F}$

18. $\bar{X} = \frac{12\times0+5\times2+11\times9.5+17\times11}{12+5+11+17} = 6.7\text{cm}$

19. $I_x = \frac{12\times14^3}{12} - \frac{8\times10^3}{12} = 2077.34\text{cm}$

20.切線加速度 a_T 改變速度大小，$a_T = 0$ 代表等速率；

法線加速度 a_N 改變速度方向，$a_N \neq 0$ 代表質點作曲線運動；

故此質點作等速曲線運動。

21. $V_{0B} = 72\text{km/hr} = 20\text{m/s}$

當兩車最接近時 $V_A = V_B = 20 + 0.75t$

且 $S_A - S_B = 54$

$\rightarrow (20 + 0.75t) \times t - (20t + \frac{1}{2} \times 0.75 \times t^2) = 54$

$\rightarrow t = 12\text{sec}$

$\therefore \quad V_A = 20 + 0.75 \times 12 = 29\text{m/s} = 104.4\text{km/hr}$

22.由 $V^2 = V_0{}^2 + 2as$，且自由落體運動 $V_0 = 0$、$a = g$

$\rightarrow V = \sqrt{2as}$

$\therefore \quad V_1 : V_2 = \sqrt{2gH} : \sqrt{2g\frac{H}{2}} = \sqrt{2} : 1$

23.(B) $F = ma$，加速度大小 a 與作用力 F 成正比。

24.機械能守恆－$\Delta P=\Delta KE$

$\rightarrow \frac{1}{2}K\delta^2=\frac{1}{2}mV^2$

$\rightarrow \frac{1}{2}\times 1000\times 0.3^2=\frac{1}{2}\times 10\times V^2$

$\therefore\ V=3m/s$

25.(D)速度具有方向性，屬於向量。

26. $\Sigma\delta=\sum\frac{PL}{AE}=\frac{100\times 30+70\times 40+30\times 30}{2400\times 3}=0.93cm$

27.由 $\delta=\frac{PL}{AE}$，伸長量 δ 與彈性係數 E 成反比

$\therefore\ E_{cu}=E_{st}\times\frac{\delta_{st}}{\delta_{cu}}=(2.08\times 10^6)\times\frac{7}{16}=0.91\times 10^6$

28.由 $\delta=\frac{PL}{AE}$，伸長量 δ 與桿長 L 及拉力 P 皆成正比。

29.由 $\delta=\frac{PL}{AE}$

$(\frac{PL}{AE})_1=(\frac{PL}{AE})_2 \quad \rightarrow \frac{PL_1}{2A_2E_1}=\frac{PL_2}{A_2(4E_1)}$

$\therefore\ \frac{L_1}{L_2}=0.5$

30.潛變為當材料經過長時間受力，應力不變，而應變隨時間持續而增加。

31. $R_A=P\times\frac{L_2}{L_1+L_2}=30\times\frac{80}{120}=20t$

32.拉力強度 $\sigma=\frac{P}{A}$

$\rightarrow \frac{\sigma_u}{F.S.}=\frac{P_{allow}}{A}$

$\rightarrow \frac{1800}{1.5}=\frac{P_{allow}}{120\times 12}$

$\rightarrow P_{allow}=1728000N=1728kN$

33. AB 桿應力 $\sigma_{AB}=\frac{2P}{3A}$，BC 桿應力 $\sigma_{BC}=\frac{P}{A}$

∴ AB 桿所受之應力較大。

34.(C) D 點為拉力達最大值時對應的應力，稱為極限應力。

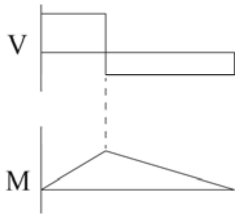
35.蒲松比 $\mu\leq 0.5$，且 $G=\frac{E}{2(1+\mu)}$

$\therefore\ E\leq 3G$

36.蒲松比 $\mu = \dfrac{\varepsilon_t}{\varepsilon_a} = \dfrac{b/D}{\delta/L} = \dfrac{0.003/15}{0.024/30} = 0.25$

37.平均剪應力 $\tau = \dfrac{V}{2A} = \dfrac{120\times10^3}{120\times200\times2} = 2.5\text{MPa}$

38.剪力圖與彎矩圖分別如下：



39.簡支梁最大彎矩發生在剪力為零之處，

懸臂樑最大彎矩發生在固定端或力偶作用處。

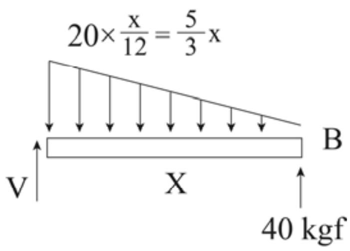
40. $\Sigma M_A = 0$；

$R_B \times 12 - \left(\dfrac{1}{2}\times12\times20\right)\times\left(12\times\dfrac{1}{3}\right) = 0$

$\therefore\ R_B = 40\text{kgf}$

最大彎矩發生在剪力為 0 之處

取 B 點至剪力為 0 處之自由體圖



$\Sigma F_y = 0$

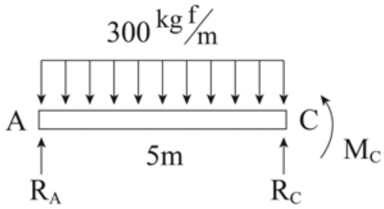
$40 - \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{5x}{3}\right)x = 0 \quad \rightarrow x = 6.93\text{m}$

$\therefore$ 距 A 點 $12 - 6.93 = 5.07\text{m}$

41. $\Sigma M_B = 0$；

$R_A \times 12 - (300\times8)\times8 = 0 \quad \rightarrow R_A = 1600\text{kgf}$

取 AC 段之自由體圖



$\Sigma M_C = 0$；

$1600\times5-(300\times5)\times2.5-M_C=0 \quad \rightarrow M_C=4250\text{kgf-m}$

42. $\Sigma M_D=0$；

$R_A\times10-20\times7-10\times3=0 \quad \rightarrow R_A=17\text{t}$

$\Sigma F_y=0$；

$20+10-17-R_D=0 \quad \rightarrow R_D=13\text{t}$

取 AB 段 $\Sigma M_B=0$；

$M_B=3\times17=51\text{t-m}$

取 CD 段 $\Sigma M_C=0$；

$M_C=13\times3=39\text{t-m}$

43.(D) $M_{max}=\dfrac{WL^2}{2}$

44.由 $\sigma=\dfrac{My}{I}$；最大彎曲應力 σ_{max} 發生在梁之底面或頂面。

45.(A)中立面上撓曲應變為零。

46.矩形斷面之截面係數 $S=\dfrac{bh^2}{6}$，且 $\sigma=\dfrac{My}{I}=\dfrac{M}{S}$

h 變為 2h，強度增加 4 倍

47.最大彎矩 $M_{max}=\dfrac{P}{2}\times\dfrac{L}{2}=\dfrac{PL}{4}$

最大彎曲應力 $\sigma_{max}=\dfrac{M_{max}y}{I}=\dfrac{\dfrac{PL}{4}\times\dfrac{h}{2}}{\dfrac{bh^3}{12}}=\dfrac{3PL}{2bh^2}$

48.簡支梁受均佈負荷之最大撓度 $\delta_{max}=\dfrac{5WL^4}{384EI}$

49.主平面上之剪應力為零。

50.蒲松比定義為橫向應變與縱向應變之比值。